INTRODUCCIÓN AL USO DE MATLAB
SCIENTIFIC WORK PLACE, MATHEMATICS Y SCILAB

POR:

INGENIERO

JAIRO ORLANDO URBAN0 VELASCO

A:

INGENIERO

OSCAR GERMAN DUARTE VELASCO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE INGENIERIA

ESPECIALIZACION EN AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

BOGOTA D.C.

2003

INTRODUCCIÓN

El desarrollo científico y técnico que se ha generado en los últimos años, principalmente, se debe en gran medida a la evolución de los programas para computadoras y las computadoras mismas.

Es por eso que hoy en día hay disponibles numerosos programas para computadoras que facilitan en gran medida el cálculo de las cantidades y producen gráficas que ayudan a su comprensión e interpretación con analogías a fenómenos físicos que se tratan de interpretar.

Con este manual se busca dar un enfoque prioritario al conocimiento de programas para tratamiento matemático de operaciones elementales basados en las herramientas de software: Matlab 5.3, Scilab 2.5, Scientific Work Place 3.0 y Mathematica 4 sin querer reemplazar la ayuda y los manuales de dichos programas.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN AL USO DE MATLAB

1.1 ¿ Qué es Matlab?

Es un sistema basado en cálculo matricial para desarrollar aplicaciones de matemáticas e ingeniería. La palabra “Matlab” es una abreviatura de MAtrix LABoratory marca registrada de Mathowrks Inc.

1.2 ¿Cómo iniciar y finalizar una aplicación en Matlab?

Para iniciar sesión en Matlab, en sistema Windows o Macinthosh, dar click en el icono de MATLAB, presionando enseguida la tecla intro (enter) o retorno (return), en el prompt del sistema. La pantalla producirá el prompt de Matlab>>.

Para terminar la sesión de MATLAB escribir quit o exit después del prompt, presionando a continuación la tecla enter o return.

1.3 Observaciones a tener en cuenta.

- **MATLAB es sensible a las mayúsculas en los nombres de órdenes, funciones y variables; Matlab distingue entre minúsculas y mayúsculas. Así,** x **y** X **no son la misma variable; se recomienda de principio a fin usar minúsculas, aspecto muy importante que se van ha emplear para desarrollar cualquier aplicación.**
-
- **Para hacer uso de la ayuda de Matlab, escribir** help **después de prompt, o al seleccionar** help **de la barra de menú en la parte superior de la ventana de MATLAB, se muestra entonces una amplia lista de ayuda de los temas de MATLAB. Para obtener ayuda de un tema particular, por ejemplo, exponenciales, escriba** help exp. **Al escribir** lookfor **y algún tema, se da la instrucción para que MATLAB busque la información sobre ese tema, por ejemplo,** lookfor integ **mostrará varios comandos que se podrían considerar para la integración.**

- ✶
- ✶ **Para usar el valor de la constante π, se debe escribir** “pi” **en el prompt**.
- ✶
- ✶ **Las líneas que inician con % son líneas de comentario; MATLAB no las interpreta como comandos.**
- ✶
- ✶ **Las siguientes son algunas funciones matemáticas disponibles con MATLAB:**

abs(x)	Da el valor absoluto de *x*, es decir, $\|x\|$
exp(x)	Da la exponencial de *x*, es decir, e^x
log(x)	Da el logaritmo natural de *x*, es decir, In *x*
log10(x)	Da el logaritmo en base 10 de *x*, es decir, $\log_{10} x$
sqrt(x)	Da la raíz cuadrada de *x*, es decir, $\sqrt{x}$
sin(x)	Da sen x, donde x está en radianes
cos(x)	Da cos x, donde x está en radianes
tan(x)	Da tan x, donde x está en radianes
asin(x)	Da arcsen x, es decir, sen^{-1} x
acos(x)	Da arccos x, es decir, $\cos^{-1}$ x
atan(x)	Da arctan x, es decir, $\tan^{-1}$ x
csc(x)	Da 1/sen x
sec(x)	Da 1/ cos x
cot(x)	Da 1 / tan x

Operaciones aritméticas: En general las operaciones matemáticas ingresan a MATLAB en la misma forma como se escribe en papel. Algunos ejemplos son

- ✶ **Para multiplicación** **m= 3*5 ,**
- ✶ **Para división** **d=9/3**
- ✶ **Para exponenciales** **k=2^4**

Las operaciones se realizan en el siguiente orden: ^ potenciación, * multiplicación, / división, + adición, - sustracción. La precedencia de operadores es de izquierda a derecha, pero se pueden utilizar paréntesis ( ) para alterar el orden. Por ejemplo se generan resultados diferentes usando:

a= 4+3^2/2*5 = 26.5 y a= 4+3^2/(2*5) = 4.9

1.4 ¿ Cómo se Trabaja con Vectores y Matrices ?

Un vector puede caracterizarse de dos maneras, como vector columna y como vector fila o lo que es equivalente a decir, que un vector columna es una matriz que consta de una sola columna y un vector fila es una matriz con una sola fila; entonces una matriz se ingresan a MATLAB mediante el listado de los elementos de la matriz y encerrándolos dentro de un par de corchetes cuadrados. Los elementos de un renglón se separan por espacios en blanco o comas y los renglones mediante retornos de carro o punto y coma (;).

Por ejemplo, la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Se ingresa en Matlab escribiendo: ***A= [1 2 3;4 5 6;7 8 9]***

y el resultado aparecería en la pantalla como:

```
A =   1   2   3
      4   5   6
      7   8   9
```

Para cambiar a un elemento determinado de una matriz se especifica su renglón seguido por su columna. Por ejemplo, si ingresa >> A(2, 2) = 0, el elemento en el segundo renglón y la segunda columna, es decir, 5, se cambiaría a 0. Para adicionar un renglón (1 1 1) a la matriz A se escribe A=[A;[1 1 1]] con esto la matriz queda así: A = 1 2 3

4 0 6
7 8 9
1 1 1

Los vectores ingresan de manera similar a las matrices, por ejemplo:

- **Para un vector fila, se escribe:** *vector_fila = [1 2 3 4 5 6 7 8 9]*
- **Para un vector columna, se escribe:** *vector_col = [1;2;3;4;5;6;7;8;9]*

Operaciones con matrices Las operaciones con matrices ingresan y se llevan a cabo en la misma forma que las operaciones aritméticas. Por ejemplo, para sumar las matrices A y B, primero se especifican las matrices y entonces se ingresa la operación requerida; si A=[1 2;3 4] es y B es B=[5 6;7 8] ,se pueden sumar escribiendo: A_mas_B=A+B y el resultado será: $A = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$

De igual forma para operaciones de suma resta, multiplicación y división entre otras. Téngase en cuanta la compatibilidad de tamaño de las matrices para estas operaciones.

Si A es una matriz, entonces, algunas operaciones básicas son:

- **Norma de una matriz** **ejemplo:** *x = norm(A)*
- **Inversa de una matriz** **ejemplo:** *x = A'*

1.5 Matlab también genera Matrices de Utilidad

Matriz Identidad.

Para generar una matriz identidad de 5x5 se usa la sentencia eye (5)

Matriz Diagonal.

Se genera una matriz de 5 x 5cuya diagonal son unos y los demás componentes son cero con: x=diag(ones(5,1))

1.6 Valores Propios y Vectores Propios.

Sea A una matriz de nxn, entonces los n números λ que satisfacen la ecuación:

$$Ax = \lambda x$$

Si A es real y simétrica, los valores propios serán reales, pero si A no es simétrica los valores propios suelen ser complejos.

Por ejemplo:

$$A = \begin{matrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$$

La orden en Matlab x= eig (A)

Produce:

$$x = \begin{matrix} 1.0000 \\ 1.0000 \end{matrix}$$

donde x es un vector columna que forma los valores propios de A.

1.7 Graficación en Matlab

Se pueden producir gráficas lineales en dos dimensiones mediante el comando plot(x,y); este grafica los valores de x y y, es decir, el vector x y el vector y. Por ejemplo, se podría tener

x=[1 2 3 4 5]

y= exp(x)

Donde la expresión de exp(x) significa tomar la constante e=2.7182 y formar el vector y así: y= ($e^1 \quad e^2 \quad e^3 \quad e^4 \quad e^5$)

Se realiza la gráfica de estos dos vectores con la orden:

plot(x,y)

Para graficar una función, ya sea estándar o definida por el usuario, se emplea el comando fplot (nombre de la función, lim), donde lim determina el intervalo de graficación, es decir, los valores mínimos y máximos de x.

Por ejemplo:

- **El comando** semilogx(x,y) **genera una gráfica de los valores de** x **y** y **mediante una escala logarítmica para** x **y escala lineal para** y.
- **El comando** semilogy(x,y) **genera una gráfica de los valores** x **y** y **a partir de una escala lineal para** x **y escala logarítmica para** y.
- **El comando** loglog(x,y) **genera una grafica de los valores** x **y** y **con base en escalas logarítmicas para** x **y** y**.**
- **El comando** polar(theta,r) **gráfica en coordenadas polares;** theta **es el argumento en radianes y** r **la magnitud.**
- **El comando** subplot **permite dividir la ventana de graficación en subventanas y situar las gráficas en cada una de ellas. Con el comando** subplot **resultan tres enteros m, n, p; los dígitos m y n indican que la ventana gráfica se va a dividir en una retícula de m x n pequeñas ventanas, donde m es el número de los renglones y n, el de columnas; el dígito p especifica la ventana que se va a usar para la gráfica. Las subventanas se numeran por renglón de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.**
- **Por ejemplo;**
- **subplot(2,1,1);plot(x,y)**
- **subplot(2,1,2);semilogy(x,y)**
- **De este modo, la secuencia anterior de comandos divide en dos la ventana, con una gráfica arriba de la otra; la gráfica superior es lineal y la gráfica inferior es semilogarítmica.**
- **El comando** print **se usa para imprimir una copia de respaldo de la gráfica, ya sea en un archivo o en una impresora. Esto se puede hacer al seleccionar del menú de archivo en la ventana de la figura y la opción de impresión.**

1.8 Aplicación de Matlab en Control

Estos son algunos ejemplos de como usar MATLAB para resolver problemas sencillos de control.

Sea G(s) una función de transferencia, por ejemplo:

$$G(s) = \frac{4(s+10)}{(s+5)(s+15)}$$

Las siguientes líneas se podrían usar en un programa de MATLAB para ingresar una función de transferencia

» num=4*[1 10]

» den=conv([1 5],[1 15])

» printsys(num,den,'s')

El comando num se usa para indicar el numerador de la función de transferencia, en potencias descendientes de *s.* El comando den se emplea para indicar el denominador en potencias descendientes de *s* para cada uno de los dos polinomios del denominador. El comando conv multiplica los dos polinomios; en este caso, (*s* + 5) y (*s* + 15). El comando printsys presenta la función de transferencia con el numerador y el denominador especificados y escritos en el dominio de *s.*

Algunas veces la función de transferencia se puede presentar como el cociente de polinomios y es necesario encontrar los polos y ceros. Para este caso se puede usar:

» [z,p,k]=tf2zp(num,den)

Este comando permite determinar y mostrar los ceros (z), los polos (p) y la ganancia (k) de la función de transferencia ceros-polos-ganancia que se ingresó.

Con las líneas anteriores se obtiene:

z = -10

p = -15 -5

k = 4

MATLAB se puede usar para producir gráficas que muestren la respuesta de un sistema a diferentes entradas. Por ejemplo:

- ✶ **Respuesta de un sistema a una entrada escalón unitario u(t)**

  » step(num,den)

- ✶ **Gráfica de Bode de un sistema descrito:**

  »bode(num,den)

El comando **bode(num,den)** produce una taza de Bode de ganancia en dB contra frecuencia en rad/s en una escala logarítmica, y la fase en grados contra frecuencia en rad/s en una escala logarítmica.

- ✶ **Gráfica la respuesta de Nyquist**

  »nyquist(num,den)

- ✶ **Lugar geométrico de las raíces:**

  »rlocus(num,den)

Las cuatro respuestas del sistema se presentan en la Figura 1 y se lograron con la implementación de las siguientes líneas de código:

```
num=4*[1 10];
den=conv([1 5],[1 15]);
hold on
subplot(2,2,1);step(num,den)
subplot(2,2,2);bode(num,den)
subplot(2,2,3);nyquist(num,den)
subplot(2,2,4);rlocus(num,den)
```

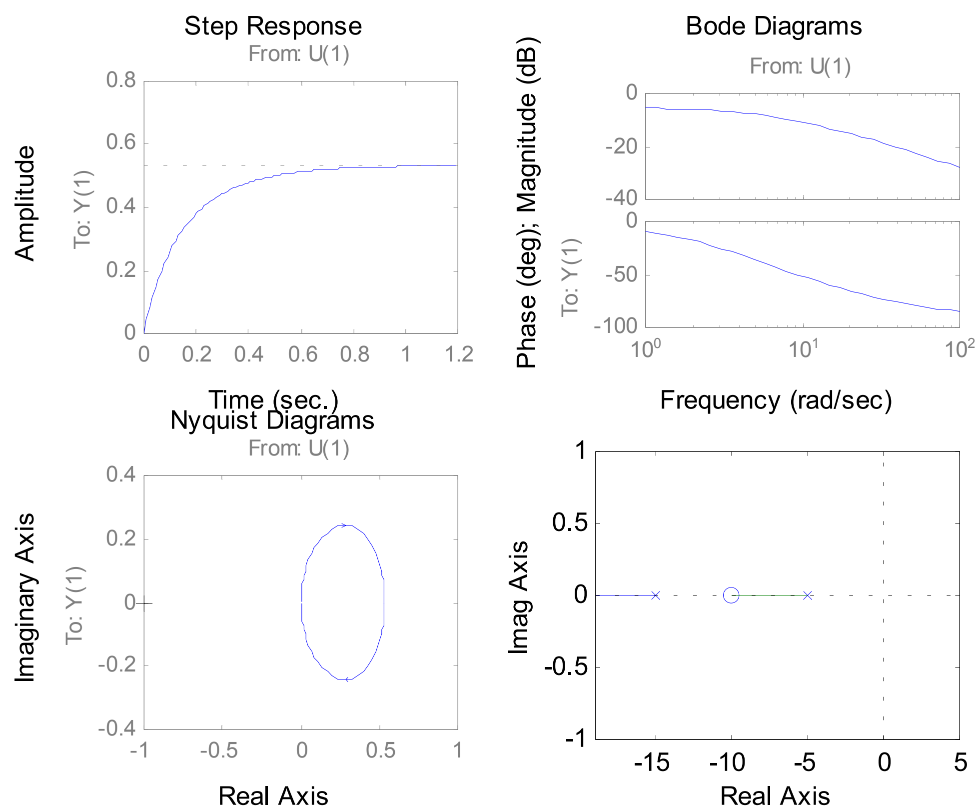


Figura 1 Gráficas del sistema $G(s)=\dfrac{4(s+10)}{(s+5)(s+15)}$

1.9 Diagrama de bloques en Matlab

Los sistemas de control a menudo se representan como una serie de bloques interconectados, cada uno de los cuales tiene características específicas. MATLAB permite formar sistemas a partir de bloques interconectados. Los comandos cloop se usan cuando se quiere reducir un bloque con función de transferencia en lazo abierto que tiene realimentación unitaria. Si la realimentación no es unitaria se usa el comando feedback; por ejemplo, para el sistema de la Figura 2, se tiene el programa:

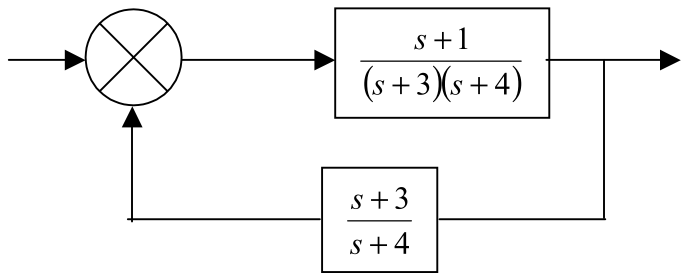


Figura 2 Sistema con Realimentación

```
%Representacion para el bloque  directo
            num=[1 1];
            den=conv([1 3],[1 4]);
%Representacion para el bloque realimentado
            num_rea=[1 3];
            den_rea=[1 4];
%Simplificación de los Bloques
            [num2,den2]=feedback(num,den,num_rea, den_rea)
            printsys(num2,den2,'s')
```

El resultado de estas líneas es:

```
num2 =    0    1    5    4
den2 =    1   12   44   51
```

O lo que es equivalente a tener un sistema con función de transferencia $G_2(s)$ de la forma:

$$G_2(s) = \frac{s^2 + 5s + 4}{s^3 + 12s^2 + 44s + 51}$$

El programa produce la presentación de la función de transferencia para el sistema como un todo. G $_2$(s). El comando series se usa para indicar que los dos bloques en serie están en una trayectoria en particular; el comando parallel señala que los bloques están en paralelo.

1.10 Uso de Simulink

Junto con MATLAB se usa SIMULINK para especificar sistemas mediante la “conexión” de cajas en la pantalla, escribiendo una serie de comandos para generar la descripción del diagrama de bloques. SIMULINK se selecciona con el comando >>simulink. Esto abre la ventana de control SIMULINK con sus iconos y menús de persiana (pull-down) en la barra de encabezado. Para iniciar hacer click en file, y en new del menú de persiana; con ello abre una ventana etiquetada con Simulink Library Bowser, (ver Figura 3)

En ella se encuentran las herramientas que permite trabajar Simulink mediante diagrama de bloques

Cada una de ellas se conforma a su ves por un submenu del cual se pueden elegir bloques funcionales.

Figura 3. Ventana Simulink Library Bowser

Para iniciar el ensamblado de los bloques requeridos, se debe hacer clikc en el icono “create new model”, con lo cual se genera una nueva ventana que por defecto no tiene titulo y se etiqueta con “untitled” ella va servir de escenario para pegar los bloques que se necesiten.

Por ejemplo, para implementar el sistema de la figura 2 se realiza así:

- **Para crear los bloque de las funciones de transferencia se sigue:**
- **Simulink → continuos→Transfer Fcn**

Aquí, se hace click en este bloque y se sostiene, arrastrándolo hasta la ventana **“untitled”** allí se suelta, repita el procedimiento otra vez. Haciendo doble click en un bloque de estos, se accede a su configuración; en el primer bloque escribir en el numerador [1 1] y en el denominador [1 7 12] y luego aceptar.

- **Para generar el elemento de suma se sigue:**

Math → sum Se selecciona y arrastra hasta llevarlo a la ventana de trabajo Allí se hace doble Click en este símbolo y se cambia el orden del sumando a “+-“ a fin de que conforme el bloque deseado.

- **Para conectar los iconos (bloques):**

Posicionar el apuntador del ratón en el símbolo de salida de un bloque y llevarlo hasta el símbolo de entrada del bloque al que se va a conectar. Repetir el proceso hasta que se termine de ensamblar todo el diagrama de bloques llevando el orden y sentido de la figura 2.

Adicional a estos cuadros se pueden añadir los que se quieren por ejemplo una entrada paso se realiza así; sources → step

Para agregar un osciloscopio se hace: sink → scope

El resultado es tener un esquema como el de la figura 4

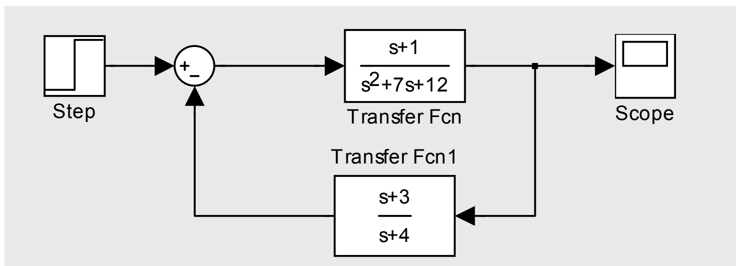


Figura 4. Representación en Simulink del Sistema

El archivo se puede respaldar al seleccionar en el menú de persiana File y hacer click en la opción SAVE AS. En la caja de diálogo insertar el nombre del archivo y hacer click en Guardar.

Hacer click en el menú de Simulation para abrirlo. Seleccionar Start. SIMULINK creará una ventana gráfica y presentará la salida del sistema.

Para ver el resultado en el osciloscopio hacer doble Click en scope y aparecerá la gráfica correspondiente a la simulación. Ver figura 5

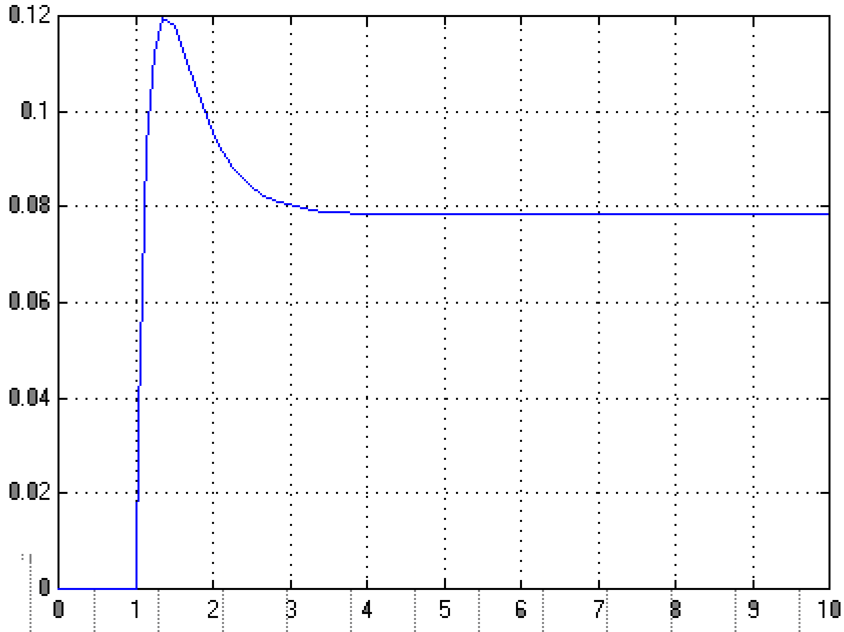


Figura 5. Respuesta del sistema Realimentado Visto en el Osciloscopio de Simulink

2. INTRODUCCIÓN AL USO DE SCIENTIFIC WORK PLACE

2.1 ¿ Qué es Scientific Work Place?

Es una herramienta de para trabaja operaciones matemáticas de una forma gráfica siguiendo una correspondencia, a como se haría en el papel.

2.2 ¿Qué Aspecto Tiene Scientific Work Place?

Al iniciar el programa aparece una pantalla principal por defecto como se muestra en la gráfica 6. Ella contiene los iconos correspondientes de las herramientas que se permite trabajar.

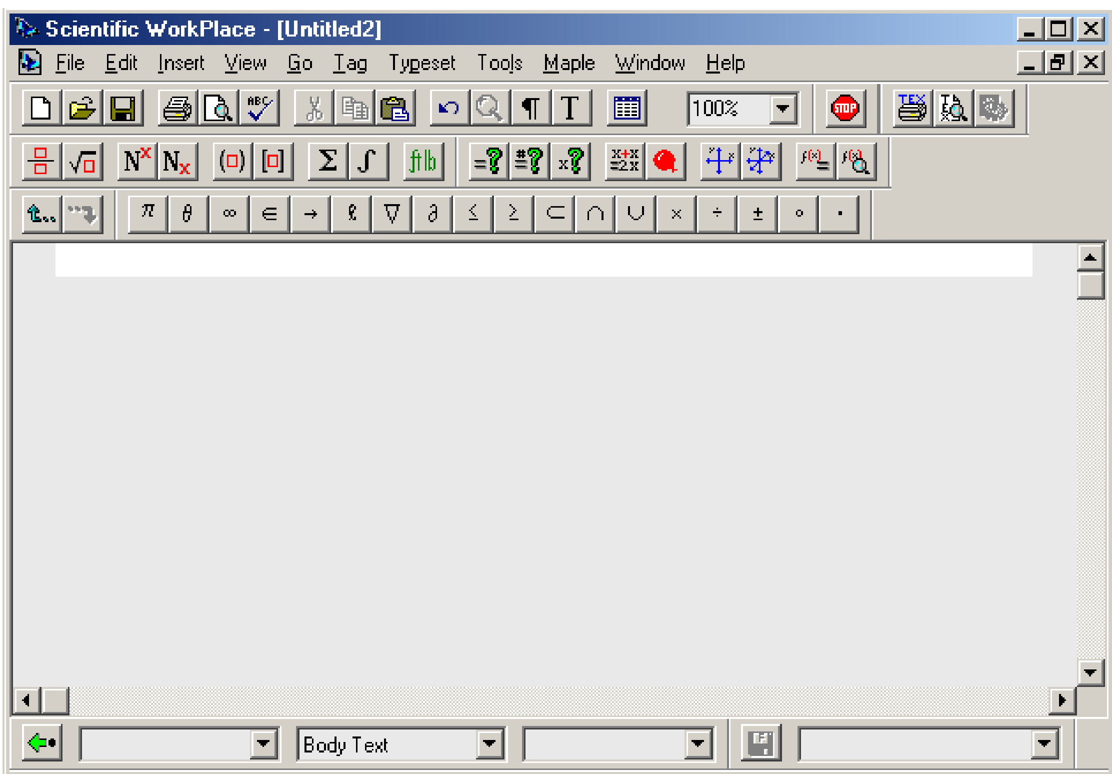


Figura 6 Pantalla Principal de Scientific Work

Scientific Work Place tiene dos modos principalmente para trabajar, uno como editor de texto y otro como editor de ecuaciones matemáticas, uno de estos modos se selecciona con el icono T o el icono M, respectivamente.

2.3 Modo de Editor Matemático “M”

Este modo de operar permite realizar operaciones matemáticas, de manera similar a como se redacta en el papel. Se debe tener en cuanta que los números y símbolos correspondientes a expresiones matemáticas aparecen en color rojo. Por ejemplo:

- **Para la adición: Al sumar dos números estos se escriben en el editor de la pantalla principal con la operación correspondiente así:**

12 + 325

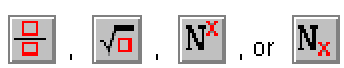
seguidamente se calcula el valor del resultado final haciendo click en el icono  el cual evalúa numéricamente la expresión (evaluate numerically) y como resultado se obtiene:

12+325= 337.0

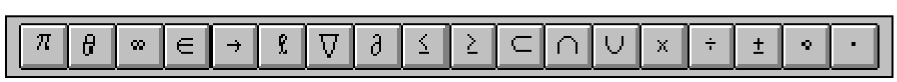
- **Para el caso de la división se tienen dos expresiones similares, que son:**

$$5/2 = 2.5$$
$$\frac{5}{2} = 2.5$$

- **Para ingresar de manera similar expresiones de Fracciones, Radicales, Exponenciales o Subíndices se usan los iconos:**



- **Para ingresar símbolos se puede emplear la barra siguiente:**



2.4 Creación de Matrices Especiales. Como :

- **Matriz Identidad**
- **Matriz Aleatoria**
- **Matriz de Jordan**
- **Matriz definida por función**
- **Matriz por banda**

Cualquiera de ellas se crea con la siguiente secuencia: Maple→Matrices→Fill Matrix

Esto acontece cuando se llena el cuadro de dialogo como el que se presenta en la figura 7.

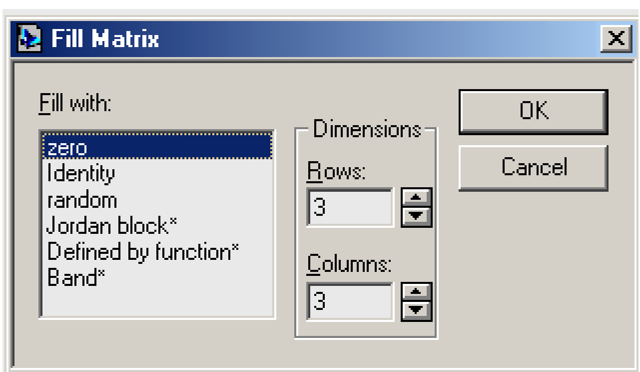


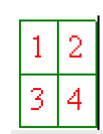
Figura 7 Ventana para la creación de

- **Editar matrices:**

Para editar cualquier matriz se realizan los siguientes pasos:

Insert→Matrices

Luego se define el tamaño de la matriz deseada y se llenan los espacios usando el Mouse. Por ejemplo para la matriz cuadrada de 2x2



Una vez definida la matriz, de ella se puede lograr un análisis particular, por ejemplo hallar el rango, la adjunta de la matriz y la matriz inversa entre otras. Se se logra accediendo a: ***Maple → Matrices***, de esta operación aparecen una ventana como la que muestra la figura 8

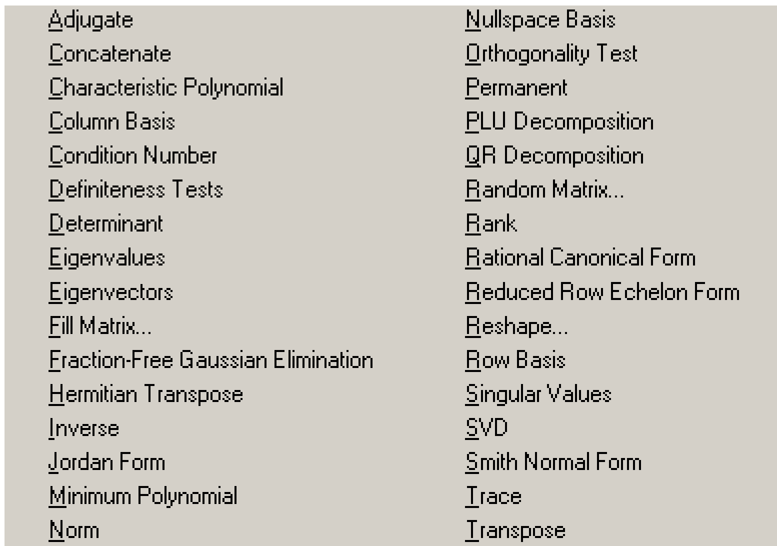


Figura 8. Ventana para operar con

Haciendo uso de este procedimiento se presentan los siguientes resultados para la matriz cuadrada $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, donde se determina

- **La adjunta**
- **El determinante**
- **Los Autovectores y los Autovalores**
- **Matriz inversa**
- **El rango de la matriz**
- **La transpuesta de la matriz**

Estos resultados son:

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, adjugate: $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, determinant: -2

3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, eigenvalues: $\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{33}, \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{33}$

4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, eigenvectors: $\left\{\left[\begin{matrix} 1 \\ \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{33} \end{matrix}\right]\right\} \leftrightarrow \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{33}, \left\{\left[\begin{matrix} 1 \\ \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{33} \end{matrix}\right]\right\} \leftrightarrow \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{33}$

5) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, inverse: $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

6) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, rank: 2

7) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, transpose: $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

2.5 Solución de Ecuaciones Lineales de la Forma $A_xB=X$

Por ejemplo: solucionar el sistema siguiente es encontrar loa valores para x, y, z que satisfacen la ecuación.

$$\begin{bmatrix} x + y - 2z = 1 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ 2y - 3z = -1 \end{bmatrix},$$

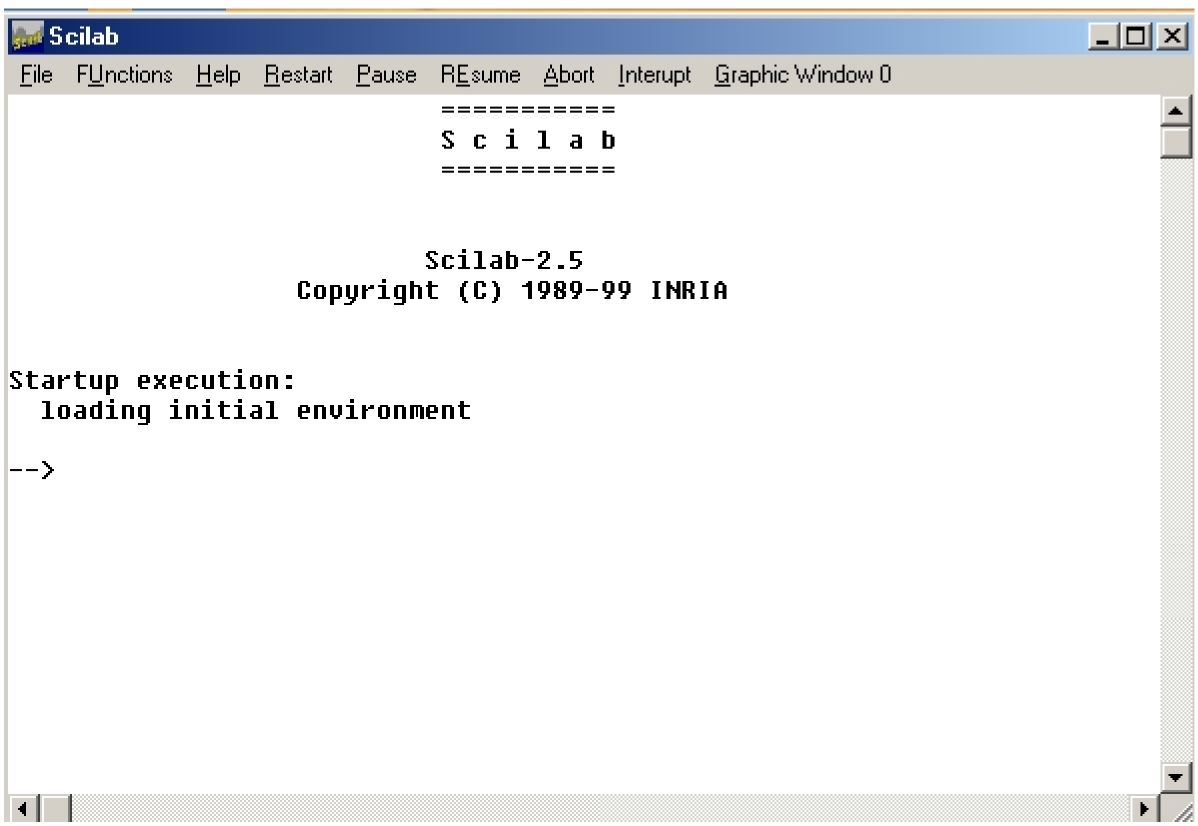
Primero se genera una matriz de 3 filas 1 columna y en ella se escribe en cada fila el valor de la función correspondiente. Después se evalúa la función con: Maple → Solve + exact, cuyo resultado es:

$$\begin{array}{|l|}\hline x + y - 2z = 1 \\ \hline 2x - 4y + z = 0 \\ \hline 2y - 3z = -1 \\ \hline \end{array}$$, Solution is : $\left\{x = \frac{17}{8}, y = \frac{11}{8}, z = \frac{5}{4}\right\}$

3. INTRODUCCIÓN AL USO DE SCILAB

3.1 Presentación de Scilab 2.5

El programa Scilab es un paquete computacional que se desarrollo para realizar operaciones en sistemas de control y para el procesamiento de señales principalmente, no siendo ahora las únicas características que permite trabajar, porque también es una herramienta poderosa para el análisis de sistemas no lineales. Al iniciar el programa se encuentra una pantalla como la siguiente:

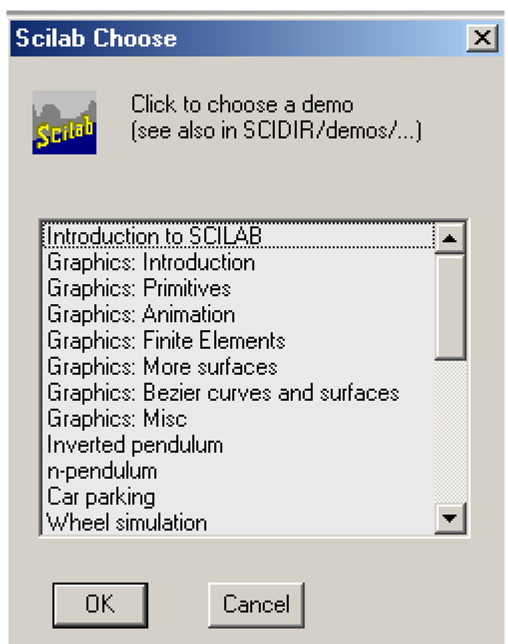


En ésta se identifica el prompt de Scilab, que aparece representado por el símbolo: --> este símbolo indica que el programa esta listo para recibir instrucciones.

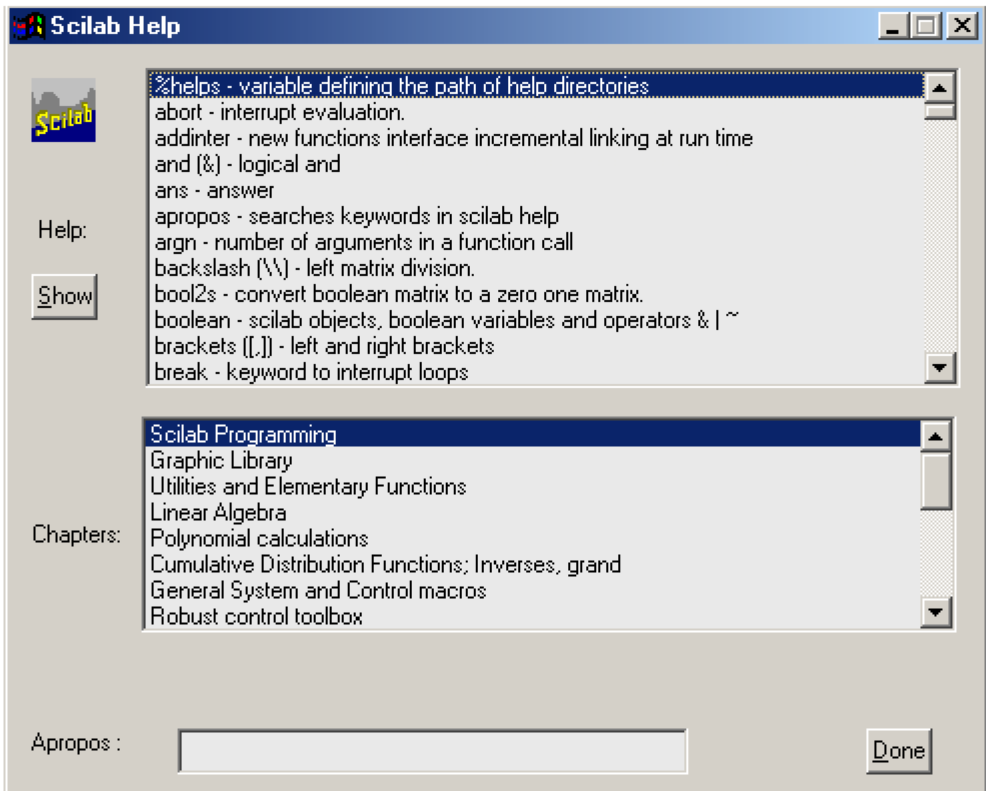
3.2 Uso del Tutorial y la Ayuda en Scilab.

Se recomienda como primer paso en el conocimiento del manejo de Scilab, correr paso a paso el tutorial incluido en el paquete ya que éste, orientará de manera rápida el manejo de los comandos y los temas que matemáticamente se pueden tratar. Para ingresar al tutorial de introducción del Scilab, lleve la siguiente secuencia con eventos click sobre los botones correspondientes: File → Demos → Introduction to Scilab → OK Una vez ocurre evento se debe seguir paso a paso la guía de comandos que van apareciendo únicamente con la tecla INTRO del teclado.

Cuando se realiza la secuencia File → Demos aparece una ventana que presentamos a continuación y de ella se pueden apreciar los temas ejemplo que ayudan al manejo del paquete, pruebe con varios de estos temas siguiendo el paso a paso que aparece en pantalla para cada uno de ellos.



Para el entendimiento de los comandos y funciones se hace uso de la ayuda que implícitamente acompaña el paquete, para ello lleve la siguiente secuencia: Help → Help Dialog   Aparece entonces la siguiente ventana:



En ella están implícitos los temas a tratar por capítulos (Chapters) y dentro de cada uno de ellos se tiene los temas que se pueden ver (Show). Solamente se debe seleccionar el tema de interés y enseguida hacer click en “Show” y se mostrara su contenido en una nueva ventana de texto.

Otra forma de lograr la ayuda es directamente desde el programa, esto acontece digitando en el prompt la palabra help seguida de un espacio y el comando que se desea conocer mediante la ayuda.

Por ejemplo

-->help matrices

3.3 ¿Cómo Trabajar con Matrices en Scilab?

Para crear matrices con la herramienta Scilab se sigue un orden de comandos, empezando por delimitar la matriz entre corchetes cuadrados y seguido los términos se escriben en serie separando los elementos por coma o por espacio en blanco entre ellos, las filas se diferencian por punto y coma. Por ejemplo, escribir cualquiera de las siguientes líneas en el prompt de Scilab equivalente:

```
-->A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
-->B=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
```

Puesto que generan las matrices A y B idénticas, esto es, se muestra el siguiente resultado en ambos casos:

```
! 1.  2.  3. !
! 4.  5.  6. !
! 7.  8.  9. !
```

Nótese que la representación en Scilab presenta la matriz entre los Símbolos de admiración lo cual es propio del programa. Esto quiere decir que las líneas presentadas anteriormente están representando la matriz de 3 filas y 2 columnas:

$$A = B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Para referirse a una posición especifica dentro de la matriz, se realiza en su orden, indicando la posición del elemento primero el número de la fila y luego columnas.

Por ejemplo, el elemento de la fila 2 columna 3 se especifica así:

```
-->A(2,3)
```

El resultado que muestra Scilab es:

```
ans  =    6.
```

Para referirse una columna especifica de la matriz, por ejemplo la columna 2 se indica con la siguiente instrucción:

```
-->A(:,2)
```

Con lo cual el programa responde:

```
ans  =  !   2. !
        !   5. !
        !   8. !
```

Si se desea cambiar el valor de los elementos de la columna 2 a (0;0;0), esto es posible escribiendo:

```
-->A(:,2)=[0; 0; 0]
```

Esta acción cambia la matriz, quedando:

```
A  =   !  1.   0.   3. !
       !  4.   0.   6. !
       !  7.   0.   9. !
```

Los elementos de la matriz se pueden organizar y ordenar como un vector columna con la instrucción:

```
-->C=A(:)
```

Esto expresa al vector columna C cuyo contenido es:

```
!   1. !
!   4. !
!   7. !
!   2. !
!   5. !
!   8. !
!   3. !
!   6. !
!   9. !
```

3.3.1 Matriz Aleatoria

Para algunas aplicaciones especificas conviene crear matrices aleatorias de cierta dimensión, esto es posible indicando la función de aleatoriedad ("rand") y especificando el tamaño de la matriz a tratar, por ejemplo:

```
--> A=rand(4,3)
```

Este comando genera la matriz aleatoria de 4 filas y tres columnas como la que se presenta a continuación:

```
!   .2113249    .6653811    .8782165 !
!   .7560439    .6283918    .0683740 !
!   .0002211    .8497452    .5608486 !
!   .3303271    .6857310    .6623569 !
```

3.3.2 Matriz Diagonal

Esta matriz se crea indicando el número de filas y columnas respectivamente a la función "EYE" , por ejemplo, crear una matriz diagonal de 7x5 se hace:

```
-->A=eye(7,5)
```

Y como resultado se obtiene:

```
!  1.   0.   0.   0.   0. !
!  0.   1.   0.   0.   0. !
!  0.   0.   1.   0.   0. !
!  0.   0.   0.   1.   0. !
!  0.   0.   0.   0.   1. !
!  0.   0.   0.   0.   0. !
!  0.   0.   0.   0.   0. !
```

3.3.3 Matriz de Unos y Ceros

La matriz de unos se crea con la instrucción: y=ones(5,3), que para este caso es una matriz que tiene 5 filas y 3 columnas; la matriz de ceros lo haría la instrucción y=zeros(5,3)

3.3.4 Determinante de una Matriz

Para lograr el determinante de una matriz se debe indicar primero la matriz a trabajar y luego se aplica el comando "detr" por ejemplo para la matriz A:

```
-->A=[1 2 3; 4  5  6; 7  8  9];
```

Luego se aplica: `-->g=detr(A)` y como respuesta se obtiene `g  =    0.`

Esto quiere decir que el determinante de la matriz A es igual a cero.

3.3.5 Transpuesta de una Matriz

Se indica, por ejemplo, la matriz `A=[1 2 3; 4  5  6; 7  8  9];` y se desea hallar la matriz B que es la transpuesta de A, entones se procede: `-->B=A'`

Como resultado se obtiene:

```
B  = !  1.    2.    3. !
     !  4.    5.    6. !
     !  7.    8.    9. !
```

3.3.6 Rango de una Matriz

Se halla el rango de una matriz escribiendo en el prompt :`-->rango_de_A=rank(A)`

Y como resultado de esta evaluación Scilab devuelve que: `rango_de_A  =    2.`

3.3.7 Norma de una Matriz

Para hallar la norma de una matriz se recurre a la siguiente linea:

```
-->norma_de_A =norm(A)
```

Esto obtiene como resultado: `norma_de_A  =    16.848103`

3.3.8 Expresión de Valor Absoluto de una Matriz

Una matriz puede contener valores positivos y negativos en los elementos que la componen. Para expresar la matriz `-->A=[1 -2 3; -4  5 -6; 7  8  -9]` en valor absoluto se procede:

```
Valor_absoluto_de_A  =   !  1.    2.    3. !
                         !  4.    5.    6. !
                         !  7.    8.    9. !
```

3.3.9 Autovalores de una Matriz

Para calcular los Autovectores de una matriz cuadrada, se tiene el siguiente comando siendo la matriz cuadrada -->A=[1 2;3 4],

Sus Autovectores se hallan con: -->Autovectores_A = spec(A)

Como resultado se obtiene un vector columna:

```
Autovectores_A=  ! -  .3722813 !
                 !   5.3722813 !
```

3.4 ¿Cómo Trabajar con Polinomios en Scilab?

Para tratar polinomios en Scilab se requiere, primero, definir la variable a tratar y luego ingresar los coeficientes. Esto se logra así:Si el polinomio quiere expresarse en términos de la variable “x”, se debe expresar:

```
--> x=poly(0,"x")
```

Para definir un polinomio se puede ingresa los elementos del polinomio en cualquier orden, Scilab los ordena, por ejemplo, el polinomio p se puede ingresar asi:

```
--> p=10*x^ 2+2*x^ 5+x^ 2+x
```

Y el resultado de Scilab será:

```
               2     5
p  =    x + 11x + 2x
```

3.4.1 Raíces de un polinomio.

Para hallar las raíces de un polinomio se usa el termino roots, por ejemplo

```
-->Raices=roots(p)
```

y con esto, se consigue como resultado las raíces del polinomio p como:

```
!  0                        !
!  - .0909215               !
!  - 1.7337667              !
!   .9123441 + 1.5295354i   !
!   .9123441 - 1.5295354i   !
```

3.4.2 Creación de polinomios a partir de sus Raíces.

Si se conocen las raíces del polinomio, este se puede crear a partir de la siguiente línea de Programa:

```
--> p=poly([0,10,1+%i,1-%i],'s')
```

Esto es para un caso particular en el que la raíces del polinomio son reales y complejas definidas así:

```
!  0       !
!  1. + i  !
!  1. - i  !
!  10.     !
```

Y el polinomio al que se hace mención es: $p = -20s + 22s^2 - 12s^3 + s^4$

3.4.3 Factorización en Factores mínimos

A un polinomio se le puede reducir su mínima expresión buscando sus factores mínimos, esto es, para el caso del polinomio p:

```
-->l=polfact(p)
```

esto expresa el polinomio p en:

```
l  =   1    - 10 +  s      2 - 2s +  s^ 2       s
```

Estos factores permiten volver al polinomio usando:

```
p=prod(l)
```

3.5 Aplicaciones de Control

El uso de Scilab en el análisis de sistemas de control es muy variado, aquí en este apartado se toman en cuenta los aspectos más importantes:

3.5.1 Definición del sistema

Un sistema se puede representar matemáticamente como una relación de polinomios para conformar una función de transferencia. Por ejemplo, para la función de transferencia expresada como:

$$G(s) = \frac{4(s+10)}{(s+5)(s+15)}$$

Se puede expresar como la relación de un polinomio numerador sobre otro polinomio denominador, esto es:

```
-->s=poly(0,'s');
--> h=syslin('c',(4*s+40)/(s^2+20*s+75))
```

De esta expresión se tiene que:

s: define el símbolo “s” para referirse a la variable del polinomio

c: significa que se trata un sistema continuo (si fuese discreto seria “d”)

syslin: es la función que define el sistema y lo identifica por “h”

3.5.2 Expresión en variables de Estado

Las variables de estado son arreglos matriciales que representan el sistema, se hallan esta matrices usando:

```
--> [A,B,C,D]=abcd(h)
```

con esto se logra identificar las matrices A,B, C,D quedando así:

```
 D  =    0.
 C  =    ! - .2413268    0. !
 B  =    ! - 16.575033 !
         !   5.1796977 !
 A  =    ! - 8.4756098    4.8780488 !
         !   4.648628   - 11.52439  !
```

4. INTRODUCCION AL USO DE MATHEMATICA 4

4.1 ¿Què hace el software de Mathematica?

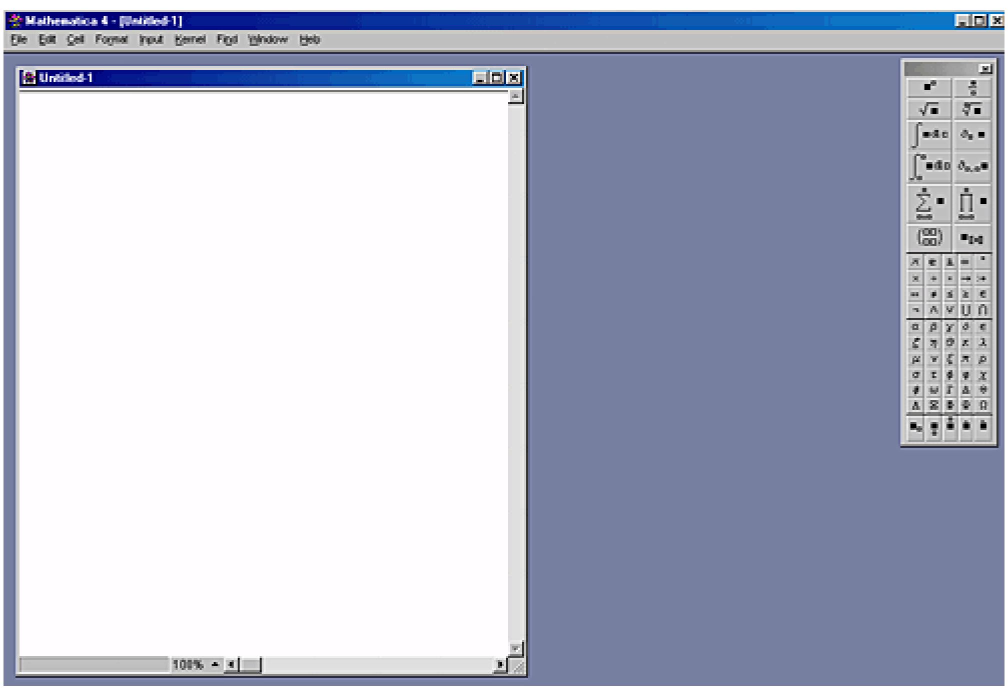
El programa de Mathematica es una herramienta poderosa de càlculo matemático que permite realizar, entre otros càlculos, manejo de algebra, manejo de graficas, Geometria , Algebra lineal y Estadistica.

4.2 ¿Quien es el fabricante de Mathematica?

Este paquete computacionel es desarrollado por Wolfram Research Inc.

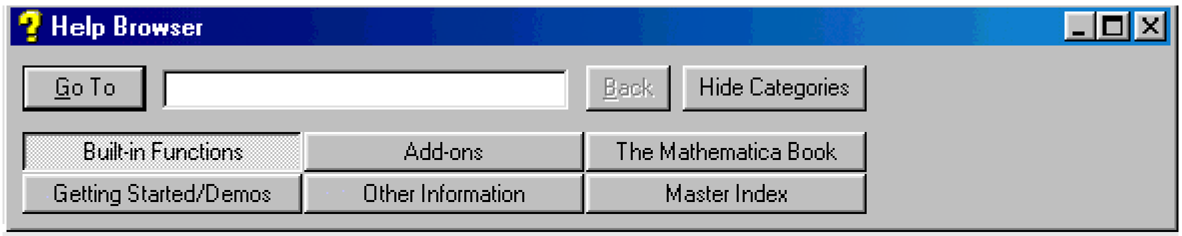
4.3 Presentación del Software

Al abrir el paquete, la presentación que presenta es:



4.4 ¿Como usar la ayuda de Mathematica?

Para trabajar con la ayuda de Mathematica, lleve la secuencia: Help → Help Browser. Esta ventana se muestra acontinuación:



En la ventana que aparece puede seleccionar: The Mathematica Book para recorrer por Mathematica, si elige Tour of Mathematica puede ver alguno de los temas presentados allí para irse familiarizando con el programa.

4.5 Primeros Pasos con Mathematica.

Cuando se abre el programa de mathematica aparece una ventana como esta
Para realizar un calculo en con la herramienta de Mathematica, por ejemplo para sumar 2.3 mas 5.63 se procede así;
Escriba 2.3 y agregue el símbolo de suma "+" seguido de esto digite 5.63
Presione las teclas Shift + Intro
Aparece el resultado y la relación de operaciones realizadas, tal como se muestra a continuación. Donde In[1] hace referencia a la primer entrada de datos al sistema y Out[1] hace referencia a la salida de datos del sistema.

```
In[1]:= 2.3 + 5.63
Out[1]= 7.93
```

Para realizar otro calculo siga al paso 1, por ejemplo

4.6 *Presentación de Vectores y Matrices*

Para crear una matriz se pueden seguir los siguientes pasos:

Abra Input y enseguida seleccione Create Table/Matrix/Palette y a continuación elija el tamaño que se desee. Después se debe ingresar los datos uno a uno. Tambien es posible referirse a una matriz ha escribiendo:

m = {{a, b}, {c, d}}

el resultado es:

88a, b<, 8c, d<<

Para hacer referencia a la primer columna se escribe:

m[[1]]

con lo cual se obtiene

8a, b<

El elemento de la primer fila , segunda columna se hace mención así:

m[[1,2]]

Este es:

b

Multiplicar la misma Matriz se logra con

m . m

esto consigue:

88a^2+bc, ab+bd<, 8ac+cd, bc+d^2<<

4.7 *Determinante de una matriz*

El determinate de una matriz se obtiene escribiendo:

Det[m]

Y como resultado se obtiene

-bc+ad

4.8 *La transpuesta de la matriz m es:*

Transpose[m]

La transpuesta que se obtiene es:

88a, c<, 8b, d<<

4.9 Inversa de Una Matriz

L a inversa simbolica de la matriz se logra con la instrucción.

Inverse[m]

$$::\frac{d}{-bc+ad}, -\frac{b}{-bc+ad}>, :-\frac{c}{-bc+ad}, \frac{a}{-bc+ad}>>$$

4.10 Matrices complejas

Una matriz compleja se puede crear como una tabla tal como se presenta en la siguiente linea:

r = Table[i+ j+ 1, {i, 3}, {j, 3}]

esto es lograr la siguiente matriz

883, 4, 5<, 84, 5, 6<, 85, 6, 7<<

4.11 Autovalores de una matriz cuadrada

Estos se logran con la instruccion:

Eigenvalues[r]

Esto permite obtener:

$$:0, \frac{1}{2} \text{I}15 - \text{°}\overline{249}\text{M}, \frac{1}{2} \text{I}15 + \text{°}\overline{249}\text{M}>$$

La evaluacion numerica de estos se hace:

rn = N[r]

883., 4., 5.<, 84., 5., 6.<, 85., 6., 7.<<

Y se aproximan asi.

Eigenvalues[rn]

El resultado es:

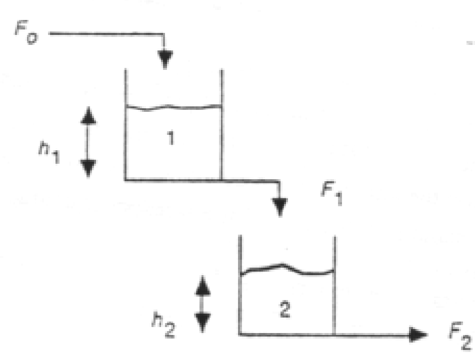
815.3899, -0.389867, 9.4154Õ10^{-16}<

5. EJERCICIO PRACTICO

Considere un sistema de dos tanques no interactivos tal como se presenta en la figura, realizar el análisis del sistema por dos métodos, usando la función de transferencia y por medio de variables de estado.

Condiciones:

Asúmase constante la densidad ρ y considere que el flujo es proporcional a la altura. Esto es $F_1 = \beta_1 * H_1$ y que $F_2 = \beta_2 * H_2$



H_1	Altura del nivel en el tanque 1
H_2	Altura del nivel en el tanque 2
F_0	Flujo de entrada en el tanque 1
F_1	Flujo de entrada en el tanque 2
F_2	Flujo de salida en el tanque 2
A_1	Área de la sección transversal del tanque1
A_2	Área de la sección transversal del tanque2
ρ	Densidad del fluido

Formulación de Espacio Estado

Realizando balance de materia en el tanque 1 se tiene:

$$\begin{bmatrix} Masa \\ dentro \\ del \\ \tan que \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Flujo \\ de \\ entrada \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Flujo \\ de \\ salida \end{bmatrix}$$

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_0}{A_1} - \frac{\beta_1 * H_1}{A_1} \qquad (1)$$

De manera análoga se hace el mismo análisis para el tanque 2:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{F_1}{A_2} - \frac{\beta_2 * H_2}{A_2} \qquad (2)$$

puesto que $F_1 \ = \beta_1 * H_1$, y reemplazando:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\beta_1 * H_1}{A_2} - \frac{\beta_2 * H_2}{A_2} \qquad (2)$$

Las ecuaciones 1 y 2 nos permiten plantear un sistema en variables de estado de forma general:

$$\overset{*}{X} = Ax + Bu$$

Y la representación matricial de este sistema se obtiene así:

$$\begin{bmatrix} \overset{*}{H}_1 \\ \overset{*}{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{A_1} & 0 \\ \frac{\beta_1}{A_2} & \frac{-\beta_2}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} F_0$$

De esta representación se identifica:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{A_1} & 0 \\ \frac{\beta_1}{A_2} & \frac{-\beta_2}{A_2} \end{bmatrix}, \qquad x = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad u = F_0$$

Adicionalmente, se asocia un vector de variables de salida al modelo de espacio estado:

$$y = Cx + Du$$

Donde y representa la salida del sistema, estro permite asociar la salida del tanque 1 y del tanque 2 así:

$y_1 = H_1$

$y_2 = H_2$

Esto permite plantear:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + [0]u$$

Supóngase que se tiene el sistema de los tanques no interactivos conformado por las ecuaciones de espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \overset{*}{H}_1 \\ \overset{*}{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + [0]u$$

Para la aplicación suponga las siguientes matrices: A=[-1 -.5;1 0], B=[.5; 0], C=[1 0], D=[0]

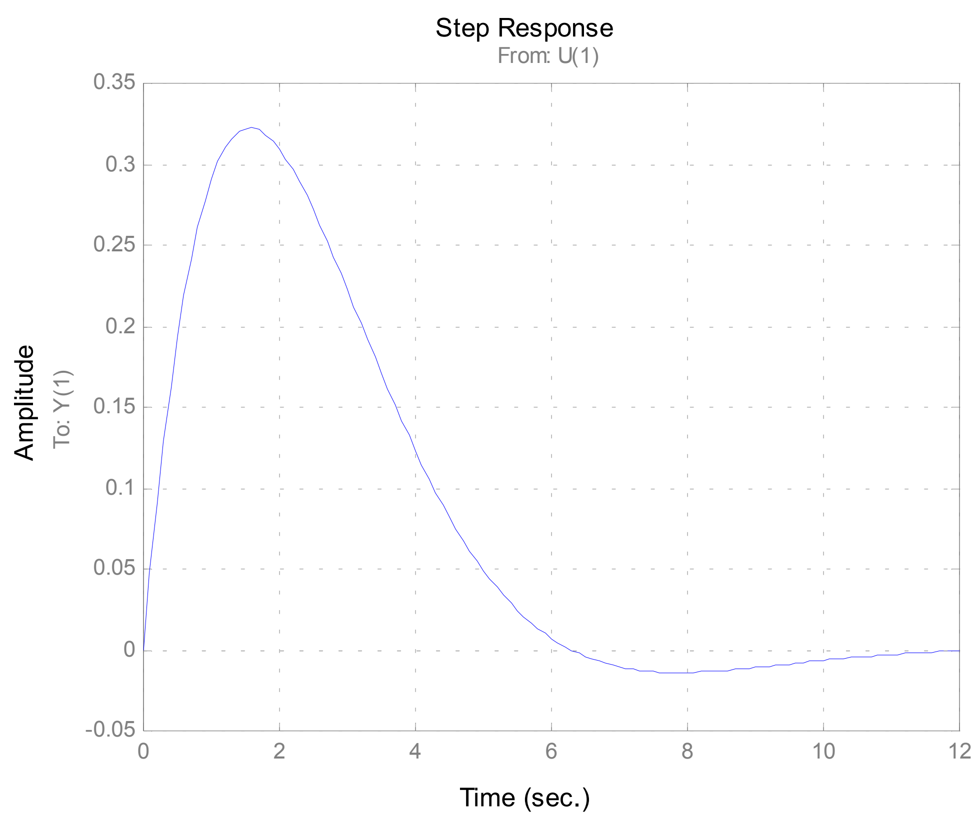
Análisis Usando Matlab

Respuesta a un salto unitario:

La representación de la matrices A,B,C,D en Matlab se realiza siguiendo la secuencia:

```
A=[-1 -.5;1 0]
B=[.5; 0]
C=[ 1 0]
D=[ 0]
t=0:0.1:12
grid
step(A,B,C,D,1,t)
```

Para la respuesta del sistema sin realimentar se tiene:



Con la herramienta de Matlab se puede hallar la función de transferencia del sistema de los tanque no interactivos así:

```
A=[-1 -.5;1 0];
B=[.5; 0];
C=[ 1 0];
D=[ 0];
t=0:0.1:12
grid
step(A,B,C,D,1,t);
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D,1)
sistema=tf(num,den)
```

Con la función “ss2tf” se convierte el sistema de variables de estado a función de transferencia en términos de un numerador y un denominador, estos son:

```
num =      0    0.5000         0
den =    1.0000    1.0000    0.5000
```

Y el comando “tf” permite su representación en termino de función de transferencia. Esto es lograr la función de transferencia de la forma:

```
                 0.5 s
sistema  = -------------
             s^ 2 +  s +  0.5
```

Matlab permite realizar conversión de ecuaciones en el espacio de estados a función de transferencia y viceversa. Para representar la función de transferencia llamada sistema en espacio estados se realiza con la función “tf2ss” implementada así:

[A1,B1,C1,D1]=tf2ss(num,den)

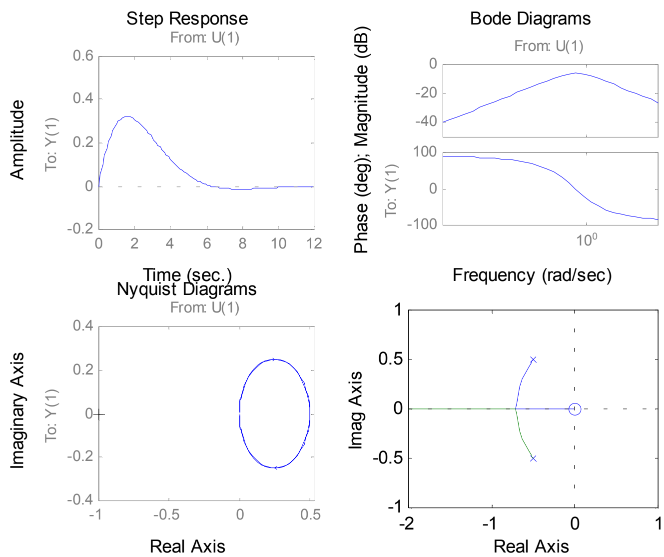
Aquí por distinción se identifican las matrices A1,B1,C1,D1 para comprobar que son idénticas a A,B,C,D, respectivamente.

El análisis gráfico del comportamiento del sistema se puede realizar hallando las gráficas de una entrada paso, de Bode, Nyquist y de Rlocus

El programa en Matlab para lograr estas respuestas se presenta ahora:

```
A=[-1 -.5;1 0];
B=[.5; 0];
C=[ 1 0];
D=[ 0];
t=0:0.1:12
grid
figure(1)
step(A,B,C,D,1,t);
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D,1)
sistema=tf(num,den)
[A1,B1,C1,D1]=tf2ss(num,den)
hold on
figure(2)
subplot(2,2,1);step(num,den)
subplot(2,2,2);bode(num,den)
subplot(2,2,3);nyquist(num,den)
subplot(2,2,4);rlocus(num,den)
```

con este se logran las siguientes gráficas:



Análisis Usando Scilab

El programa Scilab permite representar las variables de espacio estados por las siguientes líneas de programa:

```
-->A=[-1 -.5;1 0];
-->B=[.5; 0];
-->C=[ 1 0];
-->D=[ 0];
```

Con esto se refiere a las matrices:

```
A    =        ! - 1.  -  .5 !
              !   1.     0.  !


B    =   !   .5 !
         !  0.  !


C    =     !  1.    0. !


D   =     0.
```

La función para expresar las matrices de espacio estados como un sistema es:

```
-->sys=syslin('c',A,B,C,D)
```

y como resultado se obtiene:

```
sys(1)   (state-space system:)          !lss  A  B  C  D  X0  dt  !

sys(2) = A matrix =                  ! - 1.  -  .5 !
                                     !   1.    0.  !
sys(3) = B matrix =                  !    .5 !
                                     !   0.  !
sys(4) = C matrix =                  !   1.    0. !

sys(5) = D matrix =                    0.

sys(6) = X0 (initial state) =        !   0. !
                                     !   0. !
```

de donde se observa que el resultado son las misma matrices A,B,C.D que teníamos del sistema.

Representación Gráfica de la Respuesta del Sistema Según Bode

El análisis de la respuesta de un sistema se facilita en el dominio de la frecuencia usando la gráfica de Bode esto es posible con el ejemplo siguiente:

```
--> s=poly(0,'s')
--> h=syslin('c', (0.5*s)/(s^ 2+ s+ 0.5))
--> title='(0.5*s)/(s^ 2+ s+ 0.5) ';
-->  bode(h,0.01,100,title)
```

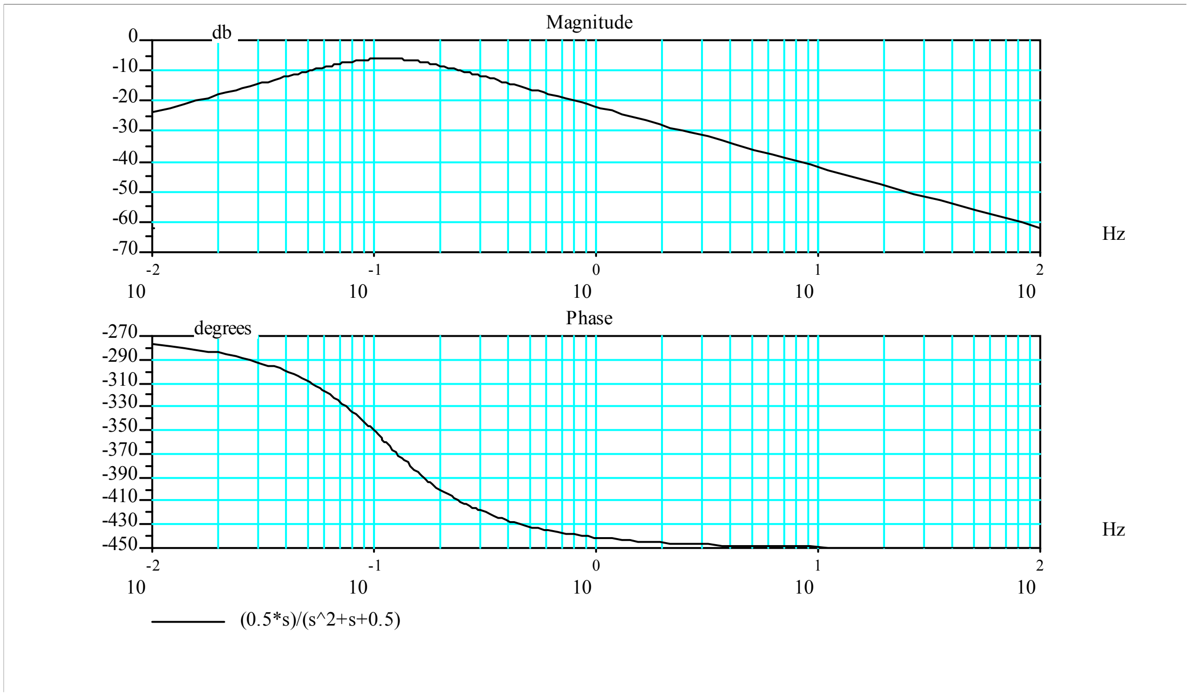
Estas líneas de programa representan:

s: expresa el polinomio en términos de s

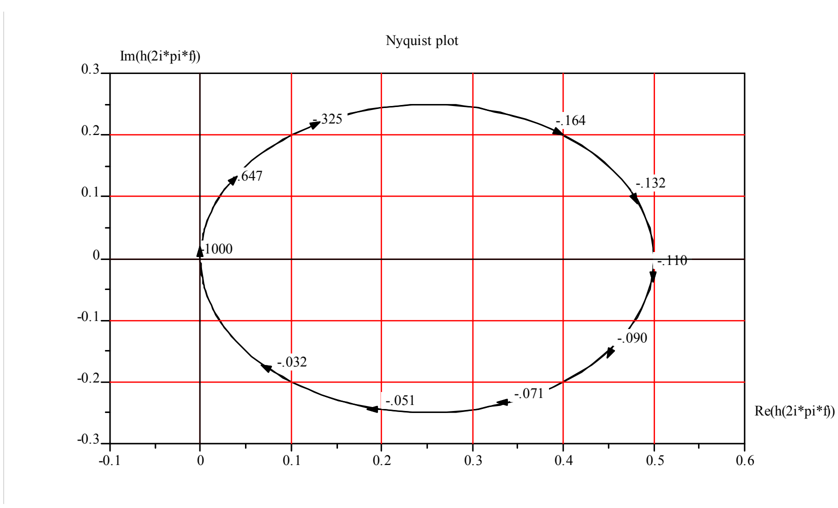
c: expresa que el sistema es de tiempo continuo

syslin: esta representando los polinomios como un sistema

la respuesta gráfica del sistema es:



La respuesta del sistema en gráfica de Nyquist se obtiene mediante la siguiente linea de instrucción: `-->nyquist(h)` y su respuesta gráfica es la siguinete:



Esposible obtener la carta de Nichols llamando la función:

```
--> black(h,0.01,100,title)
```

y con la cual se logra: